Journée Optimisation de Formes et Applications (JOFA 3)

Poitiers, jeudi 4 octobre 2018

Organisateurs : Julien Dambrine, Morgan Pierre, Germain Rousseaux

L'inscription à la journée est gratuite mais obligatoire. Elle comprend le déjeuner et les pauses cafés. Pour vous inscrire, envoyer un email à pierre@math.univ-poitiers.fr

La journée se déroulera à l'espace Mendès France, 1 rue de la Cathédrale à Poitiers. Les exposés auront lieu dans la *salle confluence*.

Programme

10h00-10h30 : Accueil et café

****

10h30-11h20 : **Marc Dambrine** (Université de Pau)
Optimisation de forme robuste : résultats et perspectives
11h20-12h10 : **Gisella Croce** (Université Le Havre Normandie)
Sur l'inégalité isopérimétrique quantitative dans le plan

****

12h10-14h00 : Déjeuner-buffet à l'espace Mendès France

****

14h00-14h50 : **Idriss Mazari** (Université de Paris 6)
Répartition optimale de ressources
14h50-15h40 : **Fabien Caubet** (Université de Pau)
Étude de problèmes inverses par des méthodes d'optimisation

****

15h40-16h30 : Café et discussions

Fédération mires
Mathématiques et Interactions Images, Information numérique & systèmes REseaux et Sécurité

Université de Poitiers
Mathématiques

Université de Pau et des Pays de l'Adour

Étude de problèmes inverses par des méthodes d'optimisation

Fabien Caubet
Université de Pau, LMAP

Jérémi Dardé
Université Toulouse III, IMT

Matías Godoy
Université du Chili, CeBiB

Keywords : Problème d'optimisation de forme, problème de complétion de données, problème inverse d'obstacle, fonctionnelle de Kohn-Vogelius.

Dans ce travail, nous considérons le problème inverse de détection d'obstacle avec des données de Cauchy partielles pour l'équation de Laplace. Nous étudions ce problème en utilisant des méthodes d'optimisation de forme en minimisant une fonctionnelle de forme de type Kohn-Vogelius. Afin de pouvoir définir cette fonctionnelle, nous devons dans un premier temps compléter les données de bord. Ainsi, nous commençons par considérer le problème de complétion de données (i.e. le problème de Cauchy) que nous étudions également par minimisation d'une fonctionnelle de type Kohn-Vogelius. Étant donné le caractère mal posé de ce problème de Cauchy, nous utilisons une régularisation de la fonctionnelle d'énergie en ajoutant un terme de pénalisation. Après avoir montré quelques résultats de convergence pour le problème de Cauchy, nous présentons des reconstructions numériques de la solution et de l'obstacle à partir de mesures de bord partielles.

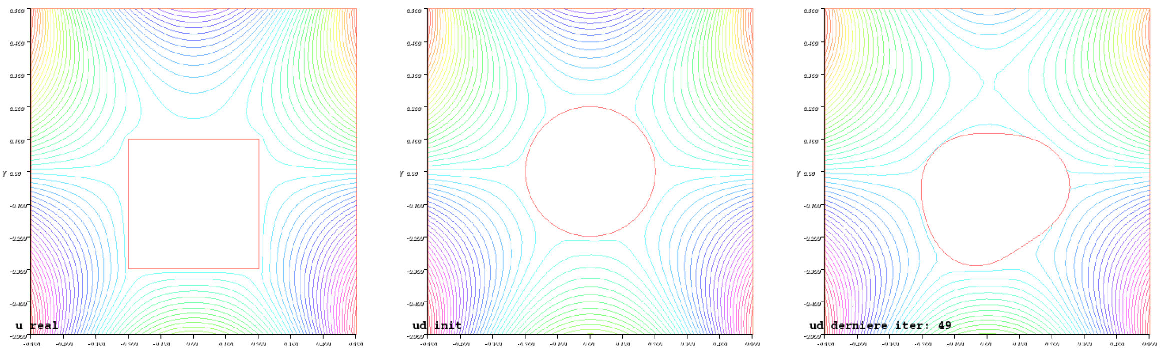

Figure 1: Détection d'obstacle avec données partielles :
solution réelle (à gauche), solution initiale (au centre) et reconstruction finale (à droite)

References

[1] F. Caubet, J. Dardé, and M. Godoy, *On the data completion problem and the inverse obstacle problem with partial Cauchy data for Laplace's equation*, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 2018.

Sur l'inégalité isopérimétrique quantitative dans le plan

Gisella Croce
Université Le Havre Normandie, Laboratoire de Mathématiques Appliquées du Havre

Chiara Bianchini
Università degli Studi di Firenze, Dipartimento di Matematica Ulisse Dini

Antoine Henrot
Université de Lorraine, Institut Elie Cartan

Keywords : inégalité isopérimetrique, déficit isopérimétrique, asymétrie de Fraenkel, convexité.

Ce séminaire portera sur l'inégalité isopérimétrique quantitative dans le plan. Nous étudierons d'abord la minimisation du rapport $\delta(\Omega)/\lambda^2(\Omega)$, où δ est le déficit isopérimétrique et λ l'asymétrie de Fraenkel, et montrerons l'existence d'une ensemble optimal. Dans un deuxième temps, nous remplacerons l'asymétrie de Fraenkel par l'aire de la différence symétrique entre l'ensemble et la boule de même aire centrée en le centre de gravité de l'ensemble. Dans ce cas nous montrerons l'existence d'un ensemble optimal parmi les ensembles convexes.

Optimisation de forme robuste : résultats et perspectives

Marc Dambrine
Université de Pau, LMAP

Je m'intéresserai à des problèmes d'optimisation de forme avec des incertitudes sur certains paramètres. Je ferai un panorama des résultats récents obtenus sur ce sujet, présenterai quelques simulations et les pistes de recherches qui s'ouvrent.

Répartition Optimale de Ressources

Idriss Mazari
Paris Sorbonne Université, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Grégoire Nadin
Paris Sorbonne Université, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Yannick Privat
Université de Strasbourg, Institut de Recherche Mathématique Avancée

Keywords : Optimisation de formes, Mathématiques pour la biologie, écologie spatiale, réaction-diffusion, Système de Lotka-Volterra

Dans cet exposé, nous nous intéresserons à un problème d'optimisation qui apparaît naturellement en mathématiques pour la biologie: étant donnée une population vivant dans un enclos et ayant accès à certaines ressources, comment répartir ces ressources pour assurer une taille maximale de population? Plus spécifiquement, si l'enclos est un domaine Ω, une répartition de ressources est une fonction $m \in L^\infty(\Omega)$ satisfaisant

$$0 \leq m \leq \kappa \, , \int_\Omega m = m_0 > 0$$

et la population, qui se déplace avec diffusivité μ, est décrite par l'équation

$$\mu \Delta f_{m,\mu} + f_{m,\mu}(m - f_{m,\mu}) = 0 \, , \frac{\partial f}{\partial \nu} = 0 \text{ sur } \partial\Omega.$$

Le problème variationnel est alors

$$\sup_{0 \leq m \leq \kappa \, , \int_\Omega m = m_0} \int_\Omega f_{m,\mu}.$$

Nous présenterons les questions pertinentes (i.e. doit-on concentrer ou fragmenter les ressources ?...) ainsi qu'une méthode nouvelle de développement asymptotique pour établir le caractère bang-bang des solutions ainsi que certaines propriétés géométriques dans le cas des grandes diffusivités. En dimension 1, les optimiseurs sont complètement décrits dans le cas des grandes diffusivités. Nous présenterons enfin, si le temps le permet, une application de ces travaux aux systèmes de Lotka-Volterra diffusifs.

References

[1] I. Mazari, G. Nadin, Y. Privat *Optimal location of resources in logistic diffusive models*, Soumis.

[2] I. Mazari *Trait Selection and rare mutations steady state models for large diffusivities*, Soumis.